Contrôle continu : Devoir Surveillé N°2

Ahmed Ammar (`ahmed.ammar@fst.utm.tn`)

Institut Préparatoire aux Études Scientifiques et Techniques, Université de Carthage.

11 Décembre 2019

Exercise 1 : Calculer les niveaux d'énergie dans un atome (6 points)

Le $n^{ième}$ niveau d'énergie d'un électron dans un atome d'hydrogène est donné par :

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \tag{1}$$

où $m_e = 9.1094 \cdot 10^{-31}\ kg$ est la masse de l'électron, $e = 1.602210^{-19}\ C$ est la charge élémentaire, $\epsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12} C^2 s^2\ kg^{-1} m^{-3}$ est la permittivité électrique du vide, et $h = 6.6261 \cdot 10^{-34}\ Js$

a) Définir la fonction `E(n)` qui retourne la valeur du niveau d'énergie en électron-volt (eV).

Indication.

— On vous donne 1 $eV = 1.6022\dot{1}0^{-19}\ J$.

b)

— Calculer la valeur du niveau d'énergie le plus bas, `E(n=1)`. A quoi correspond ce niveau d'énergie ?

— Tester la valeur du niveau d'énergie pour $n \to \infty$. A quoi correspond le niveau d'énergie $E = 0$ eV ?

c) Écrire une boucle qui calcule et affiche le niveau d'énergie E_n pour $n = 1, \ldots, 20$.

Indication. Le résultat doit être comme suivant :

```
E1 = -13.606152702370753 eV
E2 = -3.4015381755926883 eV
............................
............................
E19 = -0.03769017369077771 eV
E20 = -0.03401538175592689 eV
```

d) L'énergie libérée lorsqu'un électron se déplace du niveau ni au niveau nf est donnée par :

$$\Delta E = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2}\right) \tag{2}$$

Construire et afficher les valeurs de la matrice $\Delta E^{i,f}$ dont la cellule de la colonne `i` et de la ligne `f` contient l'énergie libérée lorsqu'un électron passe du niveau d'énergie `i` au niveau `f`, pour $i, f = 1, \ldots, 5$.

$$\Delta E^{i,f} = \begin{pmatrix} \Delta E_{1,1} & \Delta E_{1,2} & \Delta E_{1,3} & \Delta E_{1,4} & \Delta E_{1,5} \\ \Delta E_{2,1} & \Delta E_{2,2} & \Delta E_{2,3} & \Delta E_{2,4} & \Delta E_{2,5} \\ \Delta E_{3,1} & \Delta E_{3,2} & \Delta E_{3,3} & \Delta E_{3,4} & \Delta E_{3,5} \\ \Delta E_{4,1} & \Delta E_{4,2} & \Delta E_{4,3} & \Delta E_{4,4} & \Delta E_{4,5} \\ \Delta E_{5,1} & \Delta E_{5,2} & \Delta E_{5,3} & \Delta E_{5,4} & \Delta E_{5,5} \end{pmatrix} \tag{3}$$

Exercise 2 : Générer des coordonnées équidistantes (4 points)

Nous voulons générer $n + 1$ coordonnées x équidistantes dans $[a, b]$. Stocker, pour `a = -2`; `b = 3` et `n= 20` les coordonnées x dans une liste `xList`.

a) Définir toutes les variables puis utiliser une boucle **for** et ajouter chaque coordonnée à la liste `xList` (*initialement vide*).

Indication. Avec n intervalles, correspondant à $n+1$ points, dans $[a, b]$, chaque intervalle a une longueur $h = (b - a)/n$. Les coordonnées peuvent alors être générées par la formule `xi = a + i * h`; $i = 0, \ldots, n$.

b) Utiliser une liste de compréhension comme une implémentation alternative.

c) Vectoriser la liste résultante `xList` en un tableau `numpy` xVect. N'oubliez pas **d'importer** d'abord la fonction qui transforme les listes en tableaux à partir de `numpy`.

Exercise 3 : Tracer une fonction gaussienne (7 points)

a) Définir une fonction `f(x)` qui met en œuvre la gaussienne suivante

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} \tag{4}$$

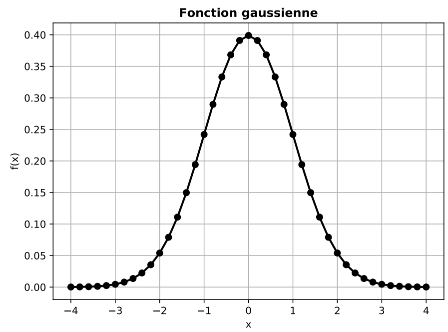
b) Remplir les listes `xList` et `fList` avec x et $f(x)$ valeurs pour 41 coordonnées x uniformément espacées dans $[-4, 4]$.

Indication. Adapter l'exemple de l'exercice 2.

c) Vectoriser le code en **b)** en créant les valeurs `x` à l'aide de la fonction `linspace()` à partir de la bibliothèque `numpy` et en évaluant `f(x)` pour un argument du tableau.

d) Faites un tracé de cette fonction `f(x)` en utilisant la bibliothèque `matplotlib`.

Indication. La sortie du programme devrait ressembler à la figure ci-dessous.



Exercise 4 : Tracer la viscosité de l'eau (5 points)

La viscosité de l'eau, μ, varie avec la température T (en Kelvin) selon la formule :

$$\mu(T) = A \cdot 10^{B/(T-C)} \tag{5}$$

où $A = 2.414 \cdot 10^{-5}$ Pa s, $B = 247.8\ K$ et $C = 140\ K$.

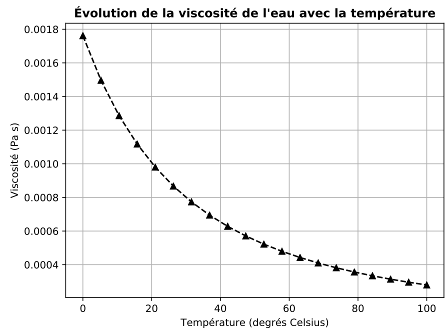
a) Définir la fonction `mu(T, A, B, C)` qui renvoie la valeur de la viscosité μ pour chaque valeur donnée de la température T.

b) Tracer $\mu(T)$ pour 20 valeurs de T entre 0 et 100 degrés Celsius. Marquer l'axe des x avec "Température (degrés Celsius)", l'axe des y avec "viscosité (Pa s)" et le titre "Évolution de la viscosité de l'eau avec la température". **Notez que T dans la formule de μ doit être en Kelvin**.

Indication.

— On vous donne : 0 deg C = 273 deg K

— La sortie du programme devrait ressembler à la figure ci-dessous.


Évolution de la viscosité de l'eau avec la température
Viscosité (Pa s)
0.0018
0.0016
0.0014
0.0012
0.0010
0.0008
0.0006
0.0004
0
20
40
60
80
100
Température (degrés Celsius)